

ANALYSIS

Aufgabe 1 Ganzrationale Funktionen

Skizzieren Sie den Graphen der ganzrationalen Funktion $f(x)$ für $x \in [-2; 2]$.

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| a) $f(x) = x$ | e) $f(x) = x^2$ | i) $f(x) = x^3$ |
| b) $f(x) = -2x$ | f) $f(x) = -x^2 + 1$ | j) $f(x) = (x + 1)^3 - 2$ |
| c) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ | g) $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ | k) $f(x) = -x^3 + x$ |
| d) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$ | h) $f(x) = x(x - 1)$ | l) $f(x) = (x + 1)(x - 0,5)^2$ |

Aufgabe 2 Erste Ableitung = Steigung

Berechnen Sie die Steigung des Graphen von $f(x)$ an der Stelle $x = 2$.

- | | | |
|---------------------------|---------------------------------------|---------------------------|
| a) $f(x) = 2x - 4$ | c) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 1$ | e) $f(x) = \sin(x)$ |
| b) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ | d) $f(x) = 1 - 2e^x$ | f) $f(x) = x^2 + 2\ln(x)$ |

Aufgabe 3 Ableitungsregeln

Bilden Sie die erste Ableitung mithilfe der Produkt-, Quotienten oder Kettenregel.

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|--------------------------|
| a) $f(x) = x \ln(x)$ | d) $f(x) = \frac{4x}{x^2+5}$ | g) $f(x) = (3x^2 - 4)^3$ |
| b) $f(x) = (5x - 3)e^x$ | e) $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ | h) $f(x) = \sin(3x + 2)$ |
| c) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ | f) $f(x) = \frac{\ln(x)}{\cos(x)}$ | i) $f(x) = e^{1-x^2}$ |

Aufgabe 4 Zweite Ableitung und Krümmung

Entscheiden Sie mithilfe der zweiten Ableitung, ob der Graph von $f(x)$ an der Stelle $x = -1$ rechts- oder linksgekrümmt ist.

- | | | |
|---------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| a) $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ | c) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-2}$ | e) $f(x) = \sin(x^2)$ |
| b) $f(x) = -x^3 + 2x^2$ | d) $f(x) = e^x + e^{-x}$ | f) $f(x) = \sin^2(x)$ |

STOCHASTIK

Aufgabe 5 Kombinatorik

Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...

- drei Bücher in einer bestimmten Reihenfolge zu lesen?
- sich ein Outfit aus Hose, Hemd und Jacke zusammenzustellen, wenn man fünf Hosen, zehn Hemden und drei Jacken besitzt?
- vier verschiedene Gegenstände auf sechs Plätze zu verteilen?
- bei einem Skatturnier mit zwölf Teilnehmern eine Spielrunde aus drei Mitspielern zusammenzustellen?
- aus den 26 Buchstaben des Alphabets ein Wort mit fünf Buchstaben zu bilden?

Aufgabe 6 Vierfeldertafel, Baumdiagramm, bedingte Wahrscheinlichkeit

In der Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 10 betrachten wir die Eigenschaften u : „ungerade Zahl“ und p : „Primzahl“. (Hinweis: Die Zahl 1 ist keine Primzahl!)

- a) Geben Sie die Untermengen u , \bar{u} , p , \bar{p} , $u \cap p$, $u \cap \bar{p}$, $\bar{u} \cap p$ und $\bar{u} \cap \bar{p}$ explizit an.
- b) Erstellen Sie eine vollständige Vierfeldertafel für die Eigenschaften u und p .
- c) Zeichnen Sie beide Baumdiagramme inklusive aller Wahrscheinlichkeiten.
- d) Erklären Sie anhand dieser Baumdiagramme den Unterschied zwischen einer bedingten und einer unbedingten Wahrscheinlichkeit, z. B. zwischen $P_p(u)$ und $P(u)$.

GEOMETRIE

Aufgabe 7 Vektoraddition

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie rechnerisch und graphisch die folgenden Vektoren.

- a) $\vec{a} + 2\vec{b}$
- b) $\vec{a} - \vec{b}$
- c) $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$

Aufgabe 8 Verbindungsvektor und Mittelpunkt

Gegeben sind die Punkte A und B . Berechnen Sie den Verbindungsvektor \overrightarrow{AB} sowie die Koordinaten des Mittelpunktes M der Strecke \overline{AB} .

- a) $A(1|1|1)$
 $B(3|-1|5)$
- b) $A(2|1|-3)$
 $B(2|5|-3)$
- c) $A(0|-2|1)$
 $B(4|0|1)$