

## ANALYSIS

### Aufgabe 1 Ganzrationale Funktionen

Skizzieren Sie den Graphen der ganzrationalen Funktion  $f(x)$  für  $x \in [-2; 2]$ .

- |                               |                           |                                |
|-------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| a) $f(x) = x$                 | e) $f(x) = x^2$           | i) $f(x) = x^3$                |
| b) $f(x) = -2x$               | f) $f(x) = -x^2 + 1$      | j) $f(x) = (x + 1)^3 - 2$      |
| c) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$  | g) $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ | k) $f(x) = -x^3 + x$           |
| d) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$ | h) $f(x) = x(x - 1)$      | l) $f(x) = (x + 1)(x - 0,5)^2$ |

### Aufgabe 2 Erste Ableitung = Steigung

Berechnen Sie die Steigung des Graphen von  $f(x)$  an der Stelle  $x = 2$ .

- |                           |                                       |                           |
|---------------------------|---------------------------------------|---------------------------|
| a) $f(x) = 2x - 4$        | c) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 1$ | e) $f(x) = \sin(x)$       |
| b) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ | d) $f(x) = 1 - 2e^x$                  | f) $f(x) = x^2 + 2\ln(x)$ |

### Aufgabe 3 Ableitungsregeln

Bilden Sie die erste Ableitung mithilfe der Produkt-, Quotienten oder Kettenregel.

- |                             |                                    |                          |
|-----------------------------|------------------------------------|--------------------------|
| a) $f(x) = x \ln(x)$        | d) $f(x) = \frac{4x}{x^2+5}$       | g) $f(x) = (3x^2 - 4)^3$ |
| b) $f(x) = (5x - 3)e^x$     | e) $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$       | h) $f(x) = \sin(3x + 2)$ |
| c) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ | f) $f(x) = \frac{\ln(x)}{\cos(x)}$ | i) $f(x) = e^{1-x^2}$    |

## STOCHASTIK

### Aufgabe 4 Kombinatorik

Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...

- drei Bücher in einer bestimmten Reihenfolge zu lesen?
- sich ein Outfit aus Hose, Hemd und Jacke zusammenzustellen, wenn man fünf Hosen, zehn Hemden und drei Jacken besitzt?
- vier verschiedene Gegenstände auf sechs Plätze zu verteilen?
- bei einem Skatturnier mit zwölf Teilnehmern eine Spielrunde aus drei Mitspielern zusammenzustellen?
- aus den 26 Buchstaben des Alphabets ein Wort mit fünf Buchstaben zu bilden?

### Aufgabe 5 Vierfeldertafel, Baumdiagramm, bedingte Wahrscheinlichkeit

In der Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 10 betrachten wir die Eigenschaften  $u$ : „ungerade Zahl“ und  $p$ : „Primzahl“. (Hinweis: Die Zahl 1 ist keine Primzahl!)

- Geben Sie die Untermengen  $u$ ,  $\bar{u}$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $u \cap p$ ,  $u \cap \bar{p}$ ,  $\bar{u} \cap p$  und  $\bar{u} \cap \bar{p}$  explizit an.
- Erstellen Sie eine vollständige Vierfeldertafel für die Eigenschaften  $u$  und  $p$ .
- Zeichnen Sie beide Baumdiagramme inklusive aller Wahrscheinlichkeiten.
- Geben Sie  $P(u \cap p)$  und  $P_u(p)$  an. Erläutern Sie den Unterschied.

# GEOMETRIE

## Aufgabe 6 Vektoraddition

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie rechnerisch und graphisch die folgenden Vektoren.

- a)  $\vec{a} + 2\vec{b}$                       b)  $\vec{a} - \vec{b}$                       c)  $2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$

## Aufgabe 7 Verbindungsvektor und Mittelpunkt

Berechnen Sie den Verbindungsvektor der Punkte  $A$  und  $B$  sowie die Koordinaten des Mittelpunktes der Strecke  $AB$ .

- a)  $A(1|1|1)$                       b)  $A(2|1|-3)$                       c)  $A(0|-2|1)$   
    $B(3|-1|5)$                        $B(2|5|-3)$                        $B(4|0|1)$

## Aufgabe 8 Länge einer Strecke

Berechnen Sie die Länge der Strecke  $AB$ , indem Sie den Verbindungsvektor bestimmen und dessen Betrag ausrechnen.

- a)  $A(2|1)$                       b)  $A(-3|1)$                       c)  $A(1|4|3)$                       d)  $A(-5|2|-3)$   
    $B(6|-2)$                        $B(5|7)$                        $B(0|2|5)$                        $B(-2|0|3)$

## Aufgabe 9 Parallelogramm

Das Dreieck  $ABC$  soll durch einen vierten Punkt  $D$  zu einem Parallelogramm erweitert werden. Berechnen Sie den Ortsvektor von  $D$  aus den Ortsvektoren von  $A$ ,  $B$  und  $C$ . Bestimmen Sie außerdem den Schnittpunkt  $S$  der Diagonalen des Parallelogramms.

- a)  $A(1|2)$                                       b)  $A(1|0|1)$   
    $B(4|1)$                                        $B(2|-1|-1)$   
    $C(5|3)$                                        $C(2|3|-2)$

$$\begin{aligned} & \text{(6)} \quad D(2|4); S(3|2); D(1|4); S(1|5); S(1,5|1,5); S(0,5|-0,5) \\ & \text{(8)} \quad 5; 10; 3; 7 \\ & \text{(7)} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ & \text{(9)} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{(5)} \quad P(d \cap P) = 0,3; P(d) = 0,6 \\ & \text{(4)} \quad 6; 150; 360; 220; 11881376 \\ & \text{(2)} \quad 2; -2; -16; -14,78; -0,42; 5 \end{aligned}$$